meridian.edu.pl

Pangea Konkurs Matematyczny

pangea.edu.pl

vistula.edu.pl

LICEUM / KLASA - 3

Czwartek, 3 marca 2016

Czas rozpoczęcia: 09:00

Czas pracy: 45 minut

W czasie testu nie wolno używać kalkulatorów ani innych pomocy naukowych.

POWODZENIA !

1. Ile jest wszystkich par liczb całkowitych takich, że ich iloczyn daje 1000000, a w zapisie żadnej z nich nie występuje cyfra „0". Słowo różne oznacza, że co najmniej jedna z liczb różni się (nie liczy się kolejność ustawienia tych liczb).

a. 2
b. 18
c. 36
d. 64
e. 100

2. Czterech zawodników A, B, C, D brało udział w wyścigu na 200 m. Wszyscy przyzwyczaili się do tego, że pierwsze miejsce na mecie zajmuje zawodnik A, drugie miejsce zawodnik B, trzecie miejsce C, a jako czwarty dobiega D. Pewnego ranka wyniki były całkowicie odmienne, gdyż nikt na mecie nie zajął tej lokaty, którą zajmował zawsze do tej pory. Ile jest możliwych takich odmiennych wyników?

a. 6
b. 9
c. 8
d. 7
e. 5

3. Ile istnieje różnych trójek liczb naturalnych *n*, *k*, *m*, z których każda jest większa od 1, takich że spełniona jest nierówność nkm < nk + nm + km (stwierdzenie „różne trójki" oznacza, że różnią się one pomiędzy sobą składem, a nie ustawieniem)?

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

4. Jeśli dla funkcji f(x)=ax+b zachodzi nierówność f(x) > x dla x > 0, to na pewno:

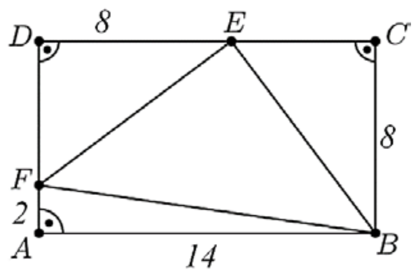
a. f(f(x)) < x
b. a > 1; b > 1
c. f(f(x)) > x
d. a > 1; b > 0
e. f(f(x)) > x^2

5. Dodatni pierwiastek równania x^{10} – x = 10 jest liczbą

a. nieparzystą
b. parzystą
c. pierwszą
d. niewymierną
e. żadną z wymienionych

6. Mamy dany prostokąt i długości odcinków zaznaczone na rysunku. Cosinus kąta **FEB** wynosi:

a. 0
b. $\frac{\sqrt{2}}{10}$
c. $\frac{\sqrt{2}}{15}$
d. $\frac{\sqrt{3}}{15}$
e. $\frac{\sqrt{3}}{30}$



7. Bierzemy wszystkie liczby całkowite x-sy i y-ki (pojedyncze liczby, niekoniecznie z jednej pary) spełniające nierówność |y-x|+|2x-y|≤4.Tworzymy nieujemną różnicę z dowolnych dwóch z nich (większa odjąć mniejsza). Wskaż najwęższy przedział, w którym zawarta jest ta różnica.

a. $0 \le S \le 4$
b. $0 \le S \le 6$
c. $0 \le S \le 8$
d. $0 \le S \le 16$
e. $0 \le S \le 32$

8. Ile jest wszystkich liczb pięciocyfrowych naturalnych takich, że suma cyfr wynosi 5.

a. 32
b. 36
c. 42
d. 52
e. 70

9. W trójkącie prostokątnym z wierzchołka kąta prostego poprowadzono wysokość ***w*** i dwusieczną ***d***. Jaka jest największa proporcja ***d*** do ***w*** ?

a. nie istnieje taki trójkąt, w którym ta proporcja byłaby największa
b. $\sqrt{2}$
c. 2
d. $\sqrt[3]{2}$
e. $\frac{3}{2}$

10. Bierzemy wszystkie pary liczb całkowitych (punkty kratowe) spełniające nierówność |x|+|y|≤ 4. Tworzymy sumę wszystkich wartości bezwzględnych ze wszystkich igreków tych par liczb. Suma ta jest równa:
a. 10
b. 15
c. 25
d. 40
e. 60

11. Sinus kąta rozwarcia stożka wynosi $\frac{\sqrt{15}}{8}$, tworząca stożka wynosi 1. Najkrótsza droga od punktu leżącego na obwodzie podstawy wokół stożka do tego samego punktu wynosi:
a. 1
b. $\sqrt{2}$
c. $\frac{3}{2}$
d. $\sqrt{3}$
e. 2

12. Wielomian W(x)=(x-12)(x-15)(x-21)(x-24) przyjmuje najmniejszą wartość dla pewnego x lub pewnych x-ów. Mianowicie jakich?

a. $\sqrt[4]{45}+18$ i $-\sqrt[4]{45}+18$
b. 18
c. $3\sqrt[4]{\frac{5}{2}}+18$ i $-3\sqrt[4]{\frac{5}{2}}+18$
d. 7 i -7
e. $-3\sqrt{\frac{5}{2}}+18$ i $3\sqrt{\frac{5}{2}}+18$

13. Mamy liczby naturalne od 1 do 1000. Wybieramy losowo dowolne trzy z nich. Prawdopodobieństwo tego, że ich suma nie dzieli się na 3 jest równe:
a. $\frac{1}{3}$
b. $\frac{2}{3}$
c. $\frac{\binom{666}{3}+2\binom{667}{3}+667^2\cdot 666}{\binom{1000}{3}}$
d. $1-\frac{\binom{666}{3}+2\binom{667}{3}+667^2\cdot 666}{\binom{1000}{3}}$
e. $1-\frac{\binom{334}{3}+2\binom{333}{3}+333^2\cdot 334}{\binom{1000}{3}}$

14. Mamy daną funkcję $G_1(\mathrm{x})=f(x)=x^2-4x+6$ dla każdego x naturalnego. Wtedy $\mathrm{G}_n(\mathrm{x})=f(...f(f(f(x)))...)$ oznacza n-krotne złożenie funkcji $f(x)$ (np. $\mathrm{G}_3(\mathrm{x})=f(f(f(x)))$ oznacza trzykrotne złożenie funkcji f). Wprowadzamy funkcję $G(\mathrm{x})=\lim_{n\to\infty}\mathrm{G}_n(\mathrm{x})$. Najmniejsza z możliwych wartości funkcji G(x) jest równa:

a. $2\sqrt{2}$
b. 2
c. 4
d. 6
e. $-\infty$

15. Mamy dane następujące liczby $\log_5 6=a$, $\log_2 7=b$, $\log_2 5=c$. Wtedy $\log 84$ jest liczbą równą:

a. $a+b+c$
b. $\frac{1}{abc}$
c. abc
d. $\frac{1+ac+b}{1+c}$
e. $\frac{a+b+c}{1+c}$

Proszę przenieść odpowiedzi do karty odpowiedzi!!!

Życzymy powodzenia!